

RESUMEN ANALÍTICO

TIPO DE DOCUMENTO: Trabajo de grado.

ACCESO AL DOCUMENTO: Universidad Pedagógica Nacional.

TITULO DEL DOCUMENTO: El uso de formas diferenciales en la enseñanza de la teoría de campo electromagnético. Ley de Ampere-Maxwell y ley de inducción de Faraday.

AUTOR: Torres Herrera, Nelson Javier

ASESOR: Isabel Garzón Barragán

PUBLICACIÓN: Bogotá, 2008.

PALABRAS CLAVES:

Geometría, Formas Diferenciales, Vectores, Cantidades físicas, Cálculo vectorial, Cálculo diferencial exterior, Leyes de Maxwell.

DESCRIPCIÓN: Con base en algunas propuestas de diferentes autores, sobre las representaciones geométricas de las formas diferenciales, y además, siendo consciente de la indudable familiaridad que la gran mayoría de los estudiantes y profesores sostienen con los vectores, se presenta un breve acercamiento geométrico por un lado al álgebra de formas diferenciales y por el otro al de los multivectores, para luego emplearlo en la presentación de las cantidades fundamentales de la teoría electromagnética y en consecuencia de sus relaciones: las ecuaciones de Maxwell. Se realiza un paralelo entre esta presentación y la manera usual de hacerla por medio del cálculo vectorial, esclareciendo algunas de las ventajas que provee el uso del cálculo de formas diferenciales, sobre el cálculo vectorial, y viceversa, en la representación de la teoría del campo electromagnético, con el fin de brindar elementos que permitan juzgar cuál de estos dos formalismos, provee una herramienta viable y clara para la enseñanza de ésta teoría.

FUENTES:

1. Arnold, V. (1978). Mathematical Methods of Classical Mechanics. New York: Springer.
2. Arnold, S. (1952). Electrodinamics. Lectures on theoretical Physics. Vol.3. New York, San Fransisco: Academic Press
3. Bachman, D. (2006). A Geometric Approach to Diferential Forms. Boston: Birkhäuser.

4. Bishop, R. L. and Goldberg, S. I. (1980). Tensor Analysis on Manifolds. New York: Dover Publications.
5. Browne, J. (2001, January). Grassmann Algebra. Exploring applications of extended vector algebra with Mathematica. Australia: Swinburne University of Technology.
6. Carroll, S. M. (1997). Lecture Notes on General Relativity. Institute for Theoretical Physics. University of California. Extraído el 25 de Noviembre desde <http://www.arxiv.com/gr-qc/9712019 v1>
7. Burke, W. (1985). Applied Differential Geometry. New York: Cambridge University Press.
8. Deschamps, G. A. (1981, June). Electromagnetic and Differential Forms. Proceedings of the IEEE, Vol. 69, No. 6, p. 676-696.
9. Donado, A. Luque, C. Paez, J. (1996). Programa especial de profesionalización. R^n como espacio vectorial. Bogotá, Colombia. Universidad Pedagógica Nacional.
10. Flanders, H. (1963). Differential Forms With Applications To The Physical Sciences. New York: Dover Publications.
11. Fournet, G. (2002, May). Electromagnetic Quantities in 3-space and the dual Hodge Operator. IEE Proc.-Sci. Meas. Technol., Vol. 149. No. 3, p. 138-146.
12. Hamond, P. and Baldomir, D. (1988, March). Dual Energy Methods in Electromagnetics Using Tubes and Slices. Proceedings of the IEE, Vol. 135, Pt A, No. 3, p. 167-172.
13. Isham, C. J. (1999). Modern differential geometry for physicists. New Jersey: World Scientific.
14. Jackson, J. D. (1980). Electrodinámica clásica. España: Ed. Alhambra.
15. Jancewicz, B. (2008, February 4). Answer to Question 55. Are there pictorial examples that distinguish covariant and contravariant vectors?. Poland: Institute of Theoretical Physics, University of Wroclaw, pl. Maksa Borna 9, PL-50-204 Wroclaw. Extraído el 25 de Noviembre desde <http://www.arxiv.com/gr-qc/980704v1>
16. Je. menko, O. D. Electricity and Magnetism. A Introduction to The Theory of Electric and Magnetic. West Virginia University: Electret Scientific Company Star City.
17. Kiehn R. M., Baldwin P. Cartan's Structure Topological. Physics Department, University of Houston.

18. Konopinski, E. (1981). Electromagnetic Fields and Relativistic Particles. United States of America: McGraw-Hill
19. Lindell, I. V. (2004). Differential Forms in Electromagnetics. New York: Wiley and IEEE Press. Cap.1.
20. Lovelock, D. and Rund, H. (1975). Tensors, Differential Forms, and Variational Principles. New York: Dover Publications, INC.
21. Marsden, J.E. & Tromba, A.J. (1991) Cálculo vectorial (3ra Ed.). Wilmington, Delaware, EE.UU.: Addison-Wesley Iberoamericana.
22. Maxwell, J. C. (1873). A treatise on Electricity and Magnetism. Vol.1. Oxford: Clarendon Press.
23. Maxwell, J. C. (1873). A treatise on Electricity and Magnetism. Vol.2. Oxford: Clarendon Press.
24. Maxwell, J. C. (1864). A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field.
25. Misner, C. W., Wheeler, J. A. and Thorne, K. S. (1973). Gravitation. San Francisco: Freeman and Co.
26. Piponi, D. (1998, December). On the Visualitation of Differential Forms.
27. Resnik, R. (1998) Física. México.: Continental
28. Sears, F. W. Física Universitaria, Wilmington, 1986, Addison-Wesley
29. Selfridge, R. H., Arnold, D. V. and Warnick, K. F. (2001, July 30). Electromagnetics. Provo: Brigham Young University.
30. Serway, R. (1998). Física. Mexico.
31. Warnick, R., Russer, P. (2006). Two Three and Four-Dimensional Electromagnetics Using Differential Forms. Turk J. Elec. Enging. Vol.14. No. 1, p.153-171.
32. Warnick, K. F., Selfridge, R. H., Member, IEEE. And Arnold, D. V. (1997). Teaching Electromagnetic Field Theory Using Diferential Forms. IEEE Transactions on Education, vol. 40, No. 1, p. 53-68.
33. Warnick, K. F., Selfridge, R. H., and Arnold, D. V. Electromagnetics Made Easy: Diferential Forms as a Teaching Tool.

CONTENIDO:

El trabajo se presenta en tres capítulos:

- **Capítulo I: Aproximación geométrica a las formas diferenciales**

Luego de un estudio de la geometría diferencial, relacionados con las formas diferenciales, principalmente de [1], [8], [10], [15], [13], [19], [25], en éste capítulo se brinda un acercamiento a éstas últimas desde una perspectiva meramente geométrica. Se entiende por geometría, un énfasis sobre las representaciones gráficas de las formas diferenciales (objetos que poseen una forma, una magnitud y una orientación) y sus estructuras, lejos de una manipulación algebraica formal.

- **Capítulo II: Cantidades fundamentales de la teoría electromagnética**

En este capítulo, se describen primero las cantidades fundamentales en la descripción del campo eléctrico y luego para el campo magnético, haciendo un paralelo entre el uso del cálculo vectorial y del cálculo de formas diferenciales, con sus respectivas representaciones matemáticas y gráficas, con el fin de brindar elementos que faciliten el entendimiento de las leyes de la teoría de campo (EM) presentadas en el tercer capítulo, además de brindar elementos que permitan juzgar cual de los dos formalismos puede resultar más apropiado y sencillo para la enseñanza de estos conceptos dentro del aula de clase.

- **Capítulo III: Las leyes de Maxwell**

Con base a un análisis de las propuestas presentada en [29], [31], [33], además de otras citadas durante el escrito, en este capítulo, se hace uso de las representaciones obtenidas en el capítulo II, junto con algunas otras herramientas necesarias del análisis matemático, vectorial y diferencial exterior, para presentar por un lado, las leyes de los campos estacionarios eléctrico y magnético en forma puntual y por el otro, las leyes encargadas de la descripción del campo electromagnético, es decir de los campos eléctrico y magnético variando en el tiempo: la ley de Ampere-Maxwell y la ley de inducción de Faraday.

CONCLUSIONES:

1. La presentación de las leyes de campo de Maxwell, encontrada en algunos textos de electromagnetismo, [18], [27], [28], [30], en lenguaje vectorial, es hecha haciendo uso de las relaciones constitutivas, las cuales permiten expresarlas únicamente en términos de dos vectores, \vec{E} y \vec{B} . Ésta situación no es nada favorable para el entendimiento de la teoría, puesto que oscurece la naturaleza de las cantidades físicas relacionadas en las leyes, lo que no permite evidenciar las diferencias originalmente establecidas por Maxwell entre las cantidades vectoriales usadas en la descripción del campo electromagnético, las cuales son definidas en relación a diferentes propiedades del mismo: las intensidades y los

flujos, las primeras definidas en relación a una línea y las últimas en relación a un área.

Por su parte el cálculo exterior de formas diferenciales asigna a cada cantidad física una forma diferencial de diferente orden para que sea representada, posibilitando esclarecer su naturaleza dependiendo el dominio de integración sobre el que son evaluadas: los flujos, definidos en relación a un área, formalmente evaluados bajo una integral de superficie, son representados por medio de una 2 - *forma*, las intensidades definidas en relación a una línea, evaluados bajo una integral de línea, son representados por 1 - *forma*, y las funciones escalares evaluadas en puntos del espacio son representadas por 0 - *formas*

2. La derivada exterior del cálculo de formas diferenciales, aplicada sobre las formas que representan los campos eléctrico y magnético, se puede considerar como una generalización de las operaciones gradiente, divergencia y rotacional al cálculo en variedades, dependiendo del grado de la forma diferencial sobre la que actúan, éste operador es análogo a: el gradiente si es aplicado a una 0- *forma*, al rotacional si es aplicado a una 1- *forma*, a la divergencia si es aplicado a una 2 - *forma*, y cero si es aplicado a una 3 - *forma* en el espacio de tres dimensiones. Esta importante propiedad de la derivada exterior permite cuando se desea realizar una descripción de un campo en un punto, no preocuparse por la operación realizada, sino por la naturaleza de la cantidad física operada, es decir preocuparse directamente por las diferentes propiedades del campo.

3. Los teoremas vectoriales, y en consecuencia las leyes del campo electromagnético, resultan tan fáciles de visualizar, que el teorema de Stokes, que en el cálculo vectorial resulta en algunas situaciones tan abstracto, expresado en términos de formas diferenciales es interpretado de una manera geométrica tan intuitiva como la ley de Gauss para el cálculo vectorial.

4. Aunque no se establece una competencia entre el cálculo diferencial exterior y el cálculo vectorial se establece un paralelo entre el uso de estos dos para la presentación de la teoría electromagnética permitiendo en el transcurso de la investigación esclarecer algunos aspectos que permitirán al lector juzgar cual de los dos formalismos resulta más apropiado para presentar la teoría.

5. En consecuencia del teorema de Stokes generalizado y las diferentes representaciones geométricas que se brindaron de las cantidades fundamentales usadas en la descripción del campo electromagnético, fue posible mostrar las leyes de Ampere-Maxwell y de inducción de Faraday, de una manera tan natural que no hubo necesidad de hacer uso de conceptos desarticulados con el lenguaje de las formas diferenciales.

6. Con el uso de las formas diferenciales y sus representaciones en diferentes sistemas de coordenadas es posible esclarecer la geometría del campo y de las fuentes de éste último.

7. Visualizar geoméricamente la integración de cantidades, su producto, y su derivación resulta ser tan sencillo, que se puede afirmar que el uso de formas diferenciales muy seguramente proveerá interés y motivación a los estudiantes que se están introduciendo a las leyes de campo de Maxwell.

8. La representación obtenida con el uso del cálculo vectorial de las cantidades fundamentales de la teoría electromagnética, para visualizar diferentes aspectos del campo (EM), en el espacio tres dimensional, siempre es reducida a un corte transversal de este último, es decir es realizada únicamente para un espacio de dos dimensiones. Con el cálculo diferencial exterior ésta dificultad es superada puesto que las formas diferenciales proveen distintas representaciones gráficas que permiten visualizar las intensidades, los flujos y las densidades con superficies, tubos y cajas que son necesariamente trazadas en el espacio.

9. La posibilidad de representar con formas diferenciales el comportamiento local, tanto del campo electromagnético como de las diferentes cantidades físicas de la teoría electromagnética, hacen del cálculo diferencial exterior un lenguaje apropiado para ésta última. Por ejemplo para una distribución de carga determinada, su comportamiento local definido como la densidad de carga, con el uso de formas diferenciales, es representada gráficamente con una caja, la cual encierra cierta cantidad de carga, ésta caja tiene asignado un signo que depende de si la carga representada es positiva o negativa.

10. Las formas diferenciales es el nombre para aquellas entidades matemáticas que pueden ser usadas para representar las importantes propiedades del campo (EM), de una manera tan intuitiva y precisa, que conllevan al esclarecimiento de porque es necesario el uso de dos cantidades para representar éste último.

AUTOR DEL RESUMEN ANALÍTICO.

- Torres Herrera, Nelson Javier
- Bogotá, 2008.