

# RESUMEN ANALITICO ESTRUCTURADO

**TIPO DE DOCUMENTO:** Trabajo de Grado

**ACCESO AL DOCUMENTO:** Universidad Pedagógica Nacional

**TITULO DEL DOCUMENTO:** CALCULO EN LA ESTABILIDAD DE LOS METODOS NUMERICOS: METODOS DE EULER, TAYLOR Y RUNGE KUTTA

**AUTOR:** SÁNCHEZ DUCUARA, Jefferson.

**ASESOR:** Néstor Méndez Hincapié

**PUBLICACION:** Bogotá D.C., 2008.

**PALABRAS CLAVE:** Métodos numéricos, estabilidad, error de truncamiento local, error de truncamiento global, ecuación logística, péndulo extensible, relación de recurrencia, simulación numérica.

**DESCRIPCION:** En el presente trabajo se hace una caracterización de los elementos conceptuales a la base de la teoría elemental de los métodos numéricos (método de Euler, Taylor de 2o orden y Runge-Kutta de 4o orden) haciendo uso de una metodología propia para el estudio de sus fundamentos conceptuales, compuestos por tres marcos base: teoría elemental en problemas de valor inicial, formalización de algunos teoremas esenciales y análisis de los resultados obtenidos mediante ejecución de los distintos métodos descritos para este trabajo léase ecuación logística y péndulo extensible.

**FUENTES:** Las principales fuentes utilizadas en este trabajo de grado fueron:

Gear C.W., Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations, Prentice-Hall, 1971

Shampine, L.F. & Gordon M.K., Computer Solution of Ordinary Differential Equations, W.H. Freeman, 1975.

Butcher, J.C., The Numerical Analysis of Ordinary Differential Equations, Wiley, 1987.

Burden, R.L. & Faires J.D., Análisis Numérico, Ed. Iberoamérica, 1985.

Campos, D. & Isaza J.F., Prolegómenos a los sistemas dinámicos, Ed. Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, 2002

**CONTENIDOS:** Este trabajo se encuentra estructurado de la siguiente manera: el primer capítulo hace referencia a los métodos numéricos para problemas de valor inicial ya que en la mayoría de las aplicaciones que utilizan ecuaciones diferenciales estamos interesados no en la solución general de una ella, sino en una solución particular que satisfaga ciertas condiciones dadas, para de esta forma poder establecer a partir de estas consideraciones referentes que permitan encontrar una aproximación apropiada al problema. En el segundo capítulo se muestran criterios de estabilidad para los métodos numéricos que hacen parte de este trabajo permitiéndonos así caracterizar formas generalizadas en el estudio de métodos de pasos libres. Por último en el tercer capítulo se realiza un análisis numérico del péndulo extensible a partir del método de Runge-Kutta de 4o orden haciéndose también una pequeña explicación del manejo del software realizado en este trabajo.

**METODOLOGIA:** Se empieza por hacer una revisión conceptual alrededor de los problemas de valor inicial, para de esta forma poder adentrarnos en el estudio de los métodos numéricos, (Euler, Taylor y Runge Kutta) obteniéndose así una visión más amplia de las ventajas y desventajas que se pueden desencadenar a partir del uso o el mal uso de uno u otro. A manera de ejemplo, gráficamente se contrastan soluciones a problemas de los cuales es posible obtener su solución analítica para así poder transformar el problema de tiempo continuo a tiempo discreto mediante las relaciones de recurrencia que establece cada método. Se evalúan los factores de estabilidad presentes en cada uno de ellos y se generalizan las consideraciones obtenidas de nuestro análisis gracias a los factores de convergencia que tienen nuestros sistemas, por último se realiza un estudio numérico del péndulo extensible mediante el método de Runge-Kutta de 4o orden, para de esta forma poder mostrar un ejemplo con un poco más de detalle de lo que ocurre en el péndulo extensible mediante el software.

### **CONCLUSIONES:**

- La formalización matemática, es necesaria en la descripción de los principios que se encuentran a la base de este trabajo, definiendo aquellos elementos que dan lugar a la pertinencia y claridad de este trabajo.
- El uso de las cotas para el error y su respectiva contrastación con los errores de truncamiento local, son una herramienta útil como forma práctica a la hora de tomar decisiones acerca de los resultados obtenidos para una determinada aproximación. Sin embargo esta resulta ser una condición necesaria más no suficiente para hablar de estabilidad en los métodos numéricos.
- El uso de los métodos numéricos requiere un estudio previo tanto del modelo matemático del sistema que se quiere evaluar su comportamiento, como del método del que se va a valer para realizar dicho análisis; ya que dicho estudio permite alcanzar un rango de validez del método.

- No es posible referirnos a un método numérico como el mejor, sin embargo, se pueden considerar, dadas algunas condiciones de amplitud de aplicación, estabilidad, rapidez de convergencia y número de valores iniciales requeridos, de un método favorito para dar solución a múltiples problemas, dada la gran confiabilidad que genera a través de su relación de recurrencia.
- Los dos sistemas considerados en este trabajo presentan estabilidad en sus soluciones numéricas, y si bien es cierto para uno u otro, de alguna lectura apresurada de su comportamiento a través de una gráfica se puede ir generando ideas de caos, es solo una ilusión que se desvanece con un análisis de su comportamiento de forma real y el estudio de características en lo que concierne a su estabilidad y convergencia en cierto método numérico.
- Aunque existen diferencias notorias en la puesta en marcha de los métodos numéricos en diferentes programas que permiten una generación del "siguiente", estas diferencias se pueden explicar a partir del error de redondeo y del fin práctico con el que se hayan realizado estos programas; pero dadas la ventajas que para este trabajo aportan uno y otro y las condiciones de estabilidad de nuestros problemas es posible hacer una lectura de los resultados de ambos sin existir inconvenientes sustanciales en ello.