

# RAE

1. **TIPO DE DOCUMENTO:** TRBAJO DE GRADO PREGRADO.
2. **TÍTULO DE DOCUMENTO:** PRESENTACIÓN DE LA MECÁNICA HAMILTONIANA CON FORMAS DIFERENCIALES. ESTUDIO DE CASO: EL PÉNDULO ESFÉRICO.
3. **AUTOR:** JOHN EDUARD BARRAGÁN

**ASESORES:** MARÍA MERCEDES AYALA y JOSÉ FRANCISCO MALAGÓN

4. **PALABRAS CLAVE:** Formas diferenciales, Mecánica Hamiltoniana, sistema mecánico, ecuaciones de Hamilton, Tornados Hamiltonianos, péndulo esférico.

5. **DESCRIPCIÓN:**

Este trabajo hace parte de la línea de profundización la enseñanza de las ciencias desde una perspectiva cultural.

Se estudian particularmente en éste trabajo los sistemas mecánicos hamiltonianos por medio de las analogías entre el análisis vectorial y la geometría diferencial por medio de las formas diferenciales. Se plantea el estudio de el péndulo esférico como un análisis en la comprensión en la relación física y matemáticas y los significados en los procesos de formalización.

6. **CONTENIDO:** Este trabajo está dividido en dos capítulos. En el primero se describe la forma tradicional de presentar la mecánica hamiltoniana y se empieza a caracterizar las variables que se involucran en el movimiento del péndulo esférico. Por medio del potencial efectivo se hace una caracterización del movimiento tratado de forma cualitativa y teniendo como base la Teoría Cualitativa de ecuaciones diferenciales en los análisis gráficos.

El segundo capítulo se muestra una presentación de la analogía óptico-mecánica que Hamilton hace para plantear su sistema de ecuaciones, y se procede a mostrar las ecuaciones de Hamilton con formas diferenciales para entrar a resolver el problema del péndulo esférico de forma numérica

usando los conceptos del capítulo uno y con las especificaciones sobre las nociones de campos que se muestran en la mitad del capítulo dos.

Como conclusiones se puede destacar el hecho de el uso de las formas como una herramienta de fácil acceso a los problemas mecánicos de dos grados de libertad, y en este caso del péndulo esférico. Esto se hace con la comprensión que se ha tenido en las nociones fundamentales del cálculo vectorial y la relación física y matemáticas.

7. **METODOLOGÍA:** En el desarrollo del trabajo se realizan actividades de comprensión de las presentaciones de la mecánica clásica y la visión hamiltoniana por diferentes autores. Este proceso se hace comparando las presentaciones de la mecánica hamiltoniana por diferentes autores así como la revisión de autores convencionales y no convencionales en esta teoría.

## 8. **CONCLUSIONES:**

Podemos ahora concluir que las formas diferenciales en la mecánica Hamiltoniana permiten vincular la mecánica clásica y los espacios de fase con el cálculo vectorial con lo cual se está en condiciones de comprender, con un referente, claramente lo que se hace cuando se escriben las ecuaciones de Hamilton. Por ejemplo, cuando veíamos los tornados Hamiltonianos formados a partir de los diferentes estados iniciales y para los diferentes valores de la constante  $Pfi.$  y esto no era más que una curva paramétrica en el espacio de fases extendido. Además cuando se mostró que las ecuaciones de Hamilton conforman un campo vectorial y que cada uno de estos vectores bajo la acción de la 2-forma (su matriz) tiene valor propio cero, nos dice que cada uno de estos vectores indican la dirección del flujo de fase de nuestro sistema mecánico, comparable con las nociones vectoriales.

En este sentido los coeficientes de la 2-forma en el espacio de fases extendido son las ecuaciones de Hamilton. Estos coeficientes que representan las proyecciones en los planos entre coordenadas y tiempo permiten ver el grado de complejidad que se tiene sobre las proyecciones de cada uno de estos planos, haciendo, como se hizo con el péndulo esférico en el capítulo 2, que nos centremos en las variables por donde, valga la redundancia, hay más variación. Con lo anterior se pudo entrar a caracterizar el movimiento del péndulo esférico a través de análisis de tipo cualitativo y el análisis de los campos vectoriales para este caso, encontrando soluciones numéricas representadas por las gráficas que se

podieron dibujar gracias a la información que nos brindó la 2-forma asociada a este caso del péndulo esférico.

Nótese que el problema del péndulo esférico es no lineal en el ángulo de latitud, por lo tanto, hemos descrito también un difícil movimiento a través de los análisis y comparaciones gráficas. Esto nos muestra que las herramientas de tipo gráfico y geométrico permiten, por medio de las formas diferenciales, hacer una buena descripción de los movimientos de los sistemas, por lo menos, de dos y tres grados de libertad.

Se ha presentado un problema mecánico sin usar explícitamente fuerzas, permitiendo una nueva entrada al análisis de los sistemas mecánicos de manera que el análisis de algunas expresiones tales como la dos forma han permitido un buen desarrollo gráfico en torno a las soluciones numéricas, permitiéndose con esto otros enfoques en la enseñanza de la física.